

Applications - Chapitre 7

Energie potentielle, énergie mécanique et résonance



A.7.1 Point matériel oscillant sur un cercle

A.7.2 Pendule asymétrique

A.7.1 Point matériel oscillant sur un cercle

A.7.2 Pendule asymétrique

- Un point matériel de masse m attaché à un ressort de constante élastique k et de longueur à vide négligeable fixé en A se déplace sans frottement sur un cercle vertical de centre O et de rayon R .

- Energies potentielles :

- 1 Gravitationnelle : (référence : droite OA)

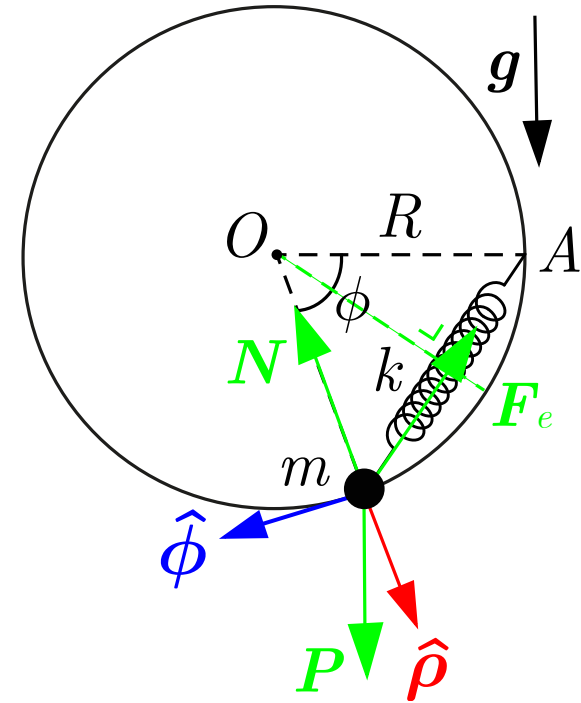
(A.7.1)

- 2 Elastique : (référence : point A)

(A.7.2)

- Energie potentielle totale :

(A.7.3)



- Formule de trigonométrie :

$$(A.7.3) \quad \Rightarrow \quad (A.7.4)$$

- Positions d'équilibre :

$$\left. \frac{dV}{d\phi} \right|_{\phi=\phi_0} = \quad (A.7.5)$$

$$\Rightarrow \quad (A.7.6)$$

1

2

- Stabilité des positions d'équilibre :

$$\left. \frac{d^2 V}{d\phi^2} \right|_{\phi=\phi_0} = \left. \frac{d}{d\phi} \left(\frac{dV}{d\phi} \right) \right|_{\phi=\phi_0} =$$

=

(A.7.6)

(A.7.7)

$$\textcircled{1} \quad \phi_1 \in \left(0, \frac{\pi}{2} \right) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \frac{d^2 V}{d\phi^2} \right|_{\phi=\phi_0} \equiv \quad \Rightarrow \text{stable}$$

$$\textcircled{2} \quad \phi_2 \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2} \right) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \frac{d^2 V}{d\phi^2} \right|_{\phi=\phi_0} \equiv \quad \Rightarrow \text{instable}$$

- Interprétation physique :

La position d'équilibre ϕ_1 qui est en dessous du point d'attache A est stable, la position d'équilibre $\phi_2 = \phi_1 + \pi$ qui est en-dessus du point A est instable.

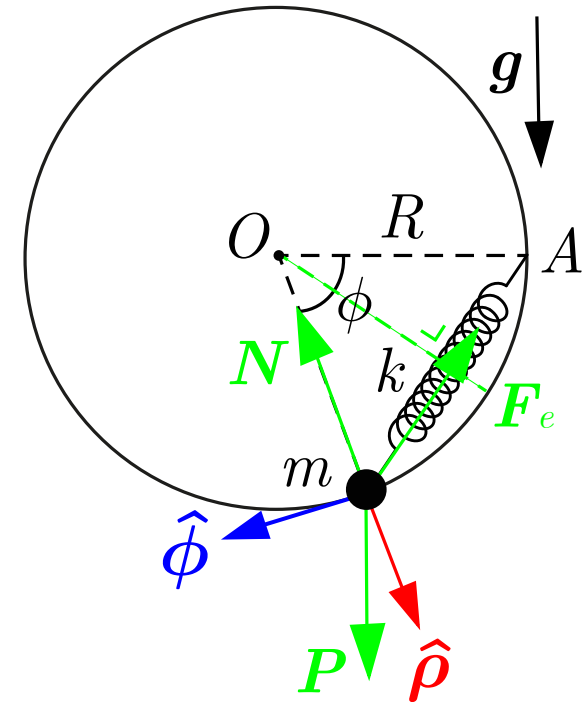
- Energie cinétique :

$$T = \frac{1}{2} m v^2 =$$

$$= \quad (A.7.8)$$

- Energie mécanique :

$$E = T + V = \quad (A.7.9)$$



- Conservation de l'énergie mécanique : ($E = \text{cste}$)

 $(A.7.10)$

- Equation du mouvement :

$$(A.7.10) \Rightarrow (A.7.11)$$

- Petites oscillations autour de la position d'équilibre stable $\phi = \phi_1$:

$$(A.7.10) \Rightarrow (A.7.12)$$

- Formules de trigonométrie : ($\alpha \ll 1$)

$$\sin(\phi_1 + \alpha) \simeq (A.7.13)$$

$$\cos(\phi_1 + \alpha) \simeq (A.7.14)$$

- Equation du mouvement : (petites oscillations)

$$+ \left(\frac{1}{\cos^2 \phi_1} \right) - \left(\frac{1}{\cos^2 \phi_1} \right) = 0 \quad (A.7.15)$$

$$+ \left(\frac{1}{\cos^2 \phi_1} \right) + \left(\frac{1}{\cos^2 \phi_1} \right) + \left(1 + \underbrace{\frac{1}{\cos^2 \phi_1}}_{=} \right) + \left(\underbrace{\frac{1}{\cos^2 \phi_1}}_{=} - \right) + \left(\left(1 + \frac{1}{\cos^2 \phi_1} \right) \right) \quad (A.7.16)$$

- Identité trigonométrique :

$$\xrightarrow{\cdot 1 / \cos^2 \phi_1}$$

$$\Rightarrow \quad (A.7.17)$$

- Equation du mouvement : (petites oscillations)

$$(A.7.18)$$

- Pulsation :

$$(A.7.19)$$

1 $\|F_e\| \gg \|P\| \Rightarrow$

Poids négligeable $\Rightarrow$ oscillateur harmonique

Angle d'équilibre :

2 $\|P\| \gg \|F_e\| \Rightarrow$

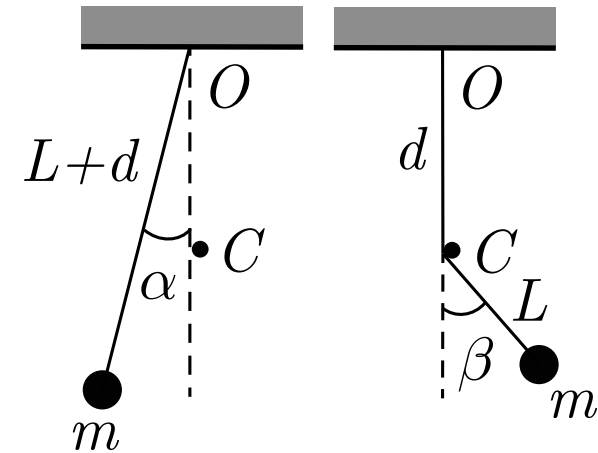
Force élastique négligeable $\Rightarrow$ pendule vertical

Angle d'équilibre :

A.7.1 Point matériel oscillant sur un cercle

A.7.2 Pendule asymétrique

- Soit un pendule asymétrique constitué d'une masse m attachée à un fil de longueur $L + d$ et de masse négligeable fixé au point O . Un clou se trouve au point C à une distance d au-dessous de O .



1 Gauche :

- Energie cinétique :

$$T_g = \frac{1}{2} m v^2 = \quad (A.7.20)$$

- Energie potentielle :

$$V_g = \quad (A.7.21)$$

- Energie mécanique :

$$E = T_g + V_g = \quad (A.7.22)$$

2 Droite :

- Energie cinétique :

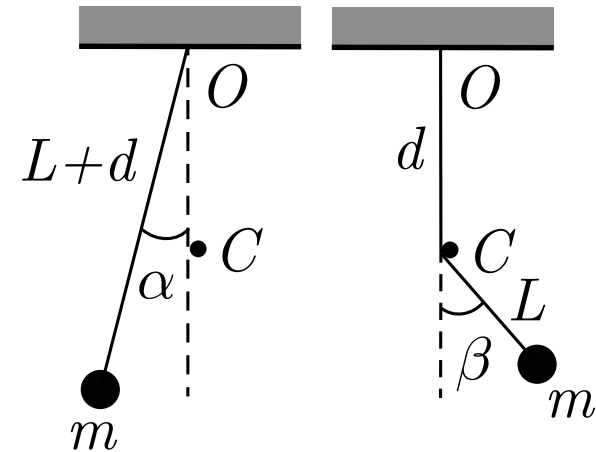
$$T_d = \frac{1}{2} m v^2 = \quad (A.7.23)$$

- Energie potentielle :

$$V_d = \quad (A.7.24)$$

- Energie mécanique :

$$E = T_d + V_d = \quad (A.7.25)$$



- Equations du mouvement : ($E = \text{cste}$)

① Gauche :

$$(A.7.26)$$

$\Rightarrow$

$$(A.7.27)$$

② Droite :

$$(A.7.28)$$

$\Rightarrow$

$$(A.7.29)$$

- Petites oscillations autour de l'équilibre $\alpha = \beta = 0$:

① Gauche :

$$(A.7.27) \Rightarrow (A.7.30)$$

$$\text{où} (A.7.31)$$

② Droite :

$$(A.7.29) \Rightarrow (A.7.32)$$

$$\text{où} (A.7.33)$$

- Demi-périodes d'oscillation :

$$(A.7.34)$$

La demi-période d'oscillation à gauche π/ω_g est plus longue que la demi-période d'oscillation à droite π/ω_d .